978-3-7910-3055-5 Steiner/Bruns/Stöckl, Wertpapiermanagement/10., überarbeitete Auflage

SCHÄFFER
POESCHEL

1 Theoretische Grundlagen des Wertpapiermanagements

1.1 Überblick

Die Theorie des Wertpapiermanagements versucht unter anderem folgende Fragen zu beantworten: Was determiniert den Wert eines Anlagegutes? In welchem Verhältnis steht dieser zu dem am Markt beobachteten Preis? Wie wirkt sich die Unsicherheit über den Anlageerfolg aus? Welche Bedeutung haben unterschiedliche Risikoeinstellungen und Anlagehorizonte? Nach welchen Kriterien sind individuelle und institutionelle Anlageentscheidungen zu treffen? Die Beantwortung der letzten Frage hängt entscheidend von der zuvor angesprochenen Preisbildung ab. Je stärker Wert und Preis prognostizierbar voneinander abweichen, desto wahrscheinlicher ist ein aktiver Anlagestil in Form des Timing oder der Aktienauswahl anzutreffen. Entspricht hingegen der Wert dem Preis, treten die beiden vorangegangenen Strategien zu Gunsten eines passiven Wertpapiermanagements in den Hintergrund. Ungeachtet der aktiven oder passiven Grundeinstellung können Aussagen über vernünftiges Anlageverhalten nicht getroffen werden, ohne wesentliche Restriktionen in der realen Welt wie Steuern, Transaktionskosten sowie Informationsasymmetrien zwischen Kapitalgebern und Kapitalnehmern und die damit verbundenen Reibungsverluste (Agency Costs) zu berücksichtigen.

Ausgangspunkt all dieser Fragen sind die Märkte, auf denen die diversen Finanztitel gehandelt werden. Ein wesentlicher Aspekt ergibt sich aus der Fristigkeit: Geldmarktpapiere sind kurzfristiger Natur, während Kapitalmarkttitel vornehmlich der Finanzierung langfristiger Investitionsvorhaben dienen. Die Trennlinie ist allerdings nicht scharf zu ziehen. Zuordnungsprobleme treten z.B. dann auf, wenn kurzfristige Papiere revolvierend aufgelegt werden, um einen langfristigen Kapitalbedarf zu decken.

Zu den wichtigsten Wertpapierkategorien zählen unter rechtlichen und Risikogesichtspunkten Aktien, Anleihen und Mischformen von Eigen- und Fremdkapital (z.B. Optionsanleihen). Daneben hat in den letzten Jahren die Bedeutung innovativer Instrumente stark zugenommen. Für sie wurde der heutige Modebegriff Finanzderivate geprägt. Er erklärt sich aus der Erkenntnis heraus, dass Kuponanleihen, Optionen, Futures und Swaps aus den Basiselementen Zerobonds und Aktien abgeleitet werden können. Dieses "Baukastenprinzip" führte zu einer äußerst fruchtbaren Entwicklung sowohl hinsichtlich der Bewertung der Derivate als auch der Konstruktion neuer abgeleiteter Finanzierungsinstrumente (Finanzchemie, Financial Engineering). Daraus resultiert die Möglichkeit, beliebige Risikoprofile zu generieren, also z.B. eine Versicherungsleistung oder auch eine vollständig risikolose Anlage (perfektes Hedging) nachzubilden. Ökonomisch identische Güter lassen sich so in vielfältiger Weise reproduzieren, was über Arbitrageprozesse die Preisbildung nachhaltig beeinflusst.

Die Hauptaufgabe des Kapitalmarkts besteht in der effizienten Allokation der Kapitalströme. Die Allokationsfunktion betrifft in erster Linie den *Primärmarkt*, an dem neu geschaffene Finanztitel platziert werden. Als Emittenten treten vor allem Unternehmen und öffentliche Einrichtungen auf. Um ihren Platzierungserfolg zu sichern, müssen sie den Investoren einen genügend großen Kaufanreiz in Form einer attraktiven Verzinsung bieten. Erfolgreiche Unternehmen mit viel versprechenden Expansionsmöglichkeiten sind dazu leichter in der Lage als Unternehmen, die nicht gewinnbringend arbeiten. Das angebotene Kapital wird daher denjenigen Verwendungen zugeführt, welche die profitabelsten Investitionen erwarten lassen.

Am *Sekundärmarkt* werden die bereits emittierten Wertpapiere zwischen den Marktteilnehmern gehandelt. Auf den ersten Blick könnte die gesamtwirtschaftliche Bedeutung des Sekundärmarkts als gering angesehen werden, weil scheinbar kein Mehrwert geschaffen wird. Den Gewinnen eines Investors stehen notwendigerweise Verluste anderer Investoren in gleicher Höhe gegenüber. Allerdings wird dabei der Vermögensverteilungseffekt übersehen: Der Handel am Sekundärmarkt ermöglicht den Marktteilnehmern, ihre Vermögensstruktur bei Bedarf zu verändern, Fristen beliebig zu transformieren, Risiken gegen Entgelt auf andere Investoren abzuwälzen oder neue Risiken zu übernehmen. All dies erhöht die Bereitschaft, Wertpapiere am Kapitalmarkt zu erwerben. Auf diese Weise ergeben sich Rückkoppelungen zur Allokation am Primärmarkt.

Inwieweit Allokationseffizienz erreicht wird, hängt ganz wesentlich von der Preisbildung auf dem Kapitalmarkt ab. Die Marktpreise von Wertpapieren entsprechen nur dann ihrem fundamental gerechtfertigten Wert, wenn bei der Preisbildung alle verfügbaren Informationen berücksichtigt wurden. Aus der Sicht eines einzelnen Investors, der in der Regel als Mengenanpasser agiert, sind die Marktpreise wichtige Eingangsdaten für seine Anlageentscheidungen. Die Informationsverarbeitung und die Preisbildung am Kapitalmarkt stehen daher im Mittelpunkt der Kapitalmarktforschung und der Theorie des Wertpapiermanagements.

Das Wertpapiermanagement hat sich in den letzten vier Jahrzehnten zu einem Kernbereich der Finanzierungstheorie entwickelt. Aufbauend auf grundlegenden Arbeiten von *Markowitz*, *Sharpe*, *Lintner*, *Mossin*, *Black* und *Scholes* ist ein gefestigtes Theoriegebäude entstanden, das von vielen Fachvertretern zum Paradigma erhoben wurde. In der akademischen Literatur nimmt die Kapitalmarkttheorie unverändert einen breiten Raum ein. Die Diskussion blieb aber keineswegs auf die Universitäten beschränkt. Viel mehr wurden die theoretischen Erkenntnisse zu einem beachtlichen Teil in die Praxis des Wertpapiermanagements übertragen. Die Aufgaben und Methoden des Investment-Banking haben sich dadurch stark gewandelt.

Bis Ende der fünfziger Jahre war die Wertpapieranalyse durch eine einzelbetriebliche Betrachtungsweise gekennzeichnet. Wertpapiere wurden ausgehend von der Ertragsentwicklung des Unternehmens in der jüngeren Vergangenheit in "gute" und "schlechte" Titel eingeteilt. Eine Bewertungstheorie bestand nur in Ansätzen. Die Grundidee, dass der adäquate Preis eines Wertpapiers dem Barwert der zukünftigen Überschüsse entspricht, wurde zwar allgemein anerkannt. Allerdings fehlte eine Theorie zur Erklärung der zentralen Variablen des Barwertmodells. Umstritten war besonders die Definition der zu diskontierenden Überschussgrößen. Die Verfechter der "Dividendenthese" standen den Anhängern der "Gewinnthese" fast unversöhnlich gegenüber. Die Diskontierungssätze wurden als risikoadäquate Opportunitätskostensätze aufgefasst; völlig unklar war aber, wie eine theoretisch fundierte Risikobereinigung aussehen könnte.

Für die theoretische Beschäftigung mit diesen beiden Problemkreisen hat sich die idealtypische Modellvorstellung eines vollkommenen Kapitalmarkts als sehr fruchtbar erwiesen. Vollkommene Kapitalmärkte zeichnen sich dadurch aus, dass

- keine Transaktionskosten, Steuern oder andere Friktionen existieren,
- Wertpapiere beliebig teilbar sind,
- vollständiger Wettbewerb herrscht, d.h. kein einzelner Marktteilnehmer den Preis eines Wertpapiers beeinflussen kann,
- sämtliche Informationen allen Marktteilnehmern gleichzeitig und kostenlos zur Verfügung stehen und
- alle Anleger sich rational verhalten, d.h. ihren erwarteten Nutzen entsprechend dem Bernoulli-Prinzip maximieren.

Außerdem werden Wertpapiere in den Modellen meist vereinfachend auf ihre finanzielle Dimension reduziert. Sie lassen sich folglich durch einen deterministischen oder stochastischen Zahlungsstrom charakterisieren. Nicht-finanzielle Rechte wie z.B. Stimmrechte auf der Hauptversammlung werden vernachlässigt.

An einem solchen Kapitalmarkt ist die Kontroverse "Gewinn- versus Dividendenthese" bedeutungslos. Die Diskontierung von Dividenden, (um Doppelzählungen bereinigten) Gewinnen oder auch Cash Flows führt zwangsläufig zum gleichen Ergebnis. Der Grund hierfür ist, dass die Rentabilität der Sachinvestitionen für den Anteilswert der Eigenkapitalgeber entscheidend ist. Letztlich kann nur das in Form von Dividenden ausgeschüttet werden, was an den Gütermärkten als Gewinn realisiert wird.

Für die Beantwortung der zweiten Frage nach dem Zusammenhang zwischen dem Diskontierungssatz und dem Risiko eines Wertpapiers haben die Arbeiten von *Markowitz* eine methodische Grundlage geschaffen.[1] Sein Konzept der Portfolioauswahl ("portfolio selection") untersucht das Anlageverhalten rational handelnder Investoren. Um die Entscheidungen zu quantifizieren, werden Ertrag und Risiko einer Wertpapieranlage durch zwei Parameter abgebildet: die erwartete Rendite und die Renditevarianz. Auf diese Weise lässt sich zeigen, dass durch Bildung eines Wertpapierportfolios eine Risikoreduktion im Vergleich zu den Einzelanlagen eintritt. Die Risikodiversifikation stellt sich immer dann ein, wenn die Renditen der Wertpapiere nicht vollkommen positiv miteinander korreliert sind. Entwickeln sich die Renditen sogar gegenläufig, so ist die Risikoreduktion besonders stark. Jeder risikoscheue Anleger wählt ein effizientes Portfolio, d.h. eines, das bei gleichem Risiko eine höhere Rendite und bei gleichem Ertrag ein geringeres Risiko aufweist als alle anderen möglichen Portfolios.

Das Modell der Portfolioauswahl nach *Markowitz* ist normativ ausgerichtet, weil es Handlungsempfehlungen für die Vermögensdisposition formuliert. Ob das individuelle Angebots- und Nachfrageverhalten insgesamt konsistent ist und zu einer Markträumung führt, kann nur anhand eines (explikativen) Gleichgewichtsmodells beantwortet werden. In einem

1 Vgl. *Markowitz* (1952, 2003).

solchen Modell müssten die erwarteten Renditen, die bei *Markowitz* als bekanntes Eingabedatum behandelt wurden, modellendogen bestimmt werden. Die Erweiterung der Portfoliotheorie um die gesamtmarktbezogene Perspektive führte zum Capital Asset Pricing Model (CAPM).[2] Dessen zentrales Ergebnis besagt, dass im Marktgleichgewicht die erwartete Rendite eines Wertpapiers linear mit dem für dieses Modell charakteristischen Risikomaß ansteigt.

Das CAPM erlaubte erstmals, den Rendite-Risiko-Tradeoff am Kapitalmarkt zu quantifizieren. Für Unternehmen ist das Modell wichtig, weil es die Höhe der Kapitalkosten erklärt, für Investoren ist es von Bedeutung, weil sie erfahren, welche Risiken an einem (vollkommenen) Kapitalmarkt mit einer Risikoprämie entlohnt werden und welche nicht. Natürlich abstrahiert das CAPM in vielerlei Hinsicht von den Bedingungen an realen Kapitalmärkten. Ob es dennoch wichtige Zusammenhänge korrekt erfasst, wurde in einer Fülle von empirischen Untersuchungen überprüft.[3] Während die ersten Arbeiten die Theorie zu bestätigen schienen, sind in den letzten Jahren größere Zweifel aufgekommen. Zum einen zeigte sich, dass die Güte der statistischen Tests unbefriedigend war. Zum anderen wurden verschiedene Bewertungsanomalien nachgewiesen, die allem Anschein nach im Widerspruch zur Theorie stehen. So deuten einige Studien darauf hin, dass in gewissen Zeiträumen kleine im Vergleich zu großen Unternehmen sowie "Value-" im Vergleich zu "Growth-" Aktien systematisch überhöhte Renditen erzielt haben. Letzteres wird teilweise mit der Hypothese begründet, dass insbesondere institutionelle Anleger schwerpunktmäßig Wachstumswerte auswählen, weil sie das hohe in der Vergangenheit realisierte Unternehmenswachstum unzulässigerweise in die Zukunft extrapolieren. Dadurch werden die Kurse von "Growth"-Aktien in die Höhe getrieben. Da sich die optimistischen Wachstumserwartungen aber häufig nicht erfüllen, muss die Bewertung später nach unten korrigiert werden ("Overreaction"-Effekt). Andere Untersuchungen gehen der Frage nach, ob die beobachteten hohen Schwankungen der Aktienkurse durch die ständige Neubewertung der zukünftigen Dividenden erklärt werden können. Nicht wenige Autoren halten die Kursfluktuationen für zu hoch, um sie durch fundamentale Daten zu rechtfertigen. Demnach müssten Fehlbewertungen vorliegen.

In den siebziger Jahren ist ein Bewertungsansatz in den Mittelpunkt gerückt, der weniger strikte Prämissen erfordert als eine allgemeine Gleichgewichtsanalyse. Es handelt sich um das Prinzip arbitragefreier Märkte, das von *Black* und *Scholes* zur Optionsbewertung und von *Ross* zur Aktienbewertung herangezogen wurde.[4] Arbitragemöglichkeiten bestehen, wenn Portfolios gebildet werden können, die mit Sicherheit einen positiven Ertrag abwerfen, obwohl sie keinen Kapitaleinsatz erfordern. Dabei kommt es auf die Ertragserwartungen der Investoren und ihre Zeit- und Risikopräferenz nicht an. Insofern ist die Arbitragefreiheit ein sehr allgemeines Bewertungskonzept. Solange an einem Kapitalmarkt noch Arbitrage möglich ist, kann kein Gleichgewicht herrschen. Umgekehrt ist Arbitragefreiheit aber keine hinreichende Bedingung für ein Marktgleichgewicht.

Die Anwendung von Arbitrageüberlegungen setzt voraus, dass Wertpapiere oder Portfolios mit identischen Zahlungsstrukturen existieren. Nach der Arbitrage Pricing Theory (APT) von *Ross* sind am Aktienmarkt übereinstimmende Zahlungsströme herstellbar, wenn man

2 Vgl. *Sharpe* (1964), *Lintner* (1965), *Mossin* (1966).

3 Die genauen Literaturhinweise werden später im Text gegeben.

4 Vgl. *Black/Scholes* (1973), *Ross* (1976).

annimmt, dass die relativen Kursveränderungen aller Wertpapiere durch wenige gemeinsame Einflussfaktoren ausgelöst werden. Durch geeignete Wahl der Anteilsgewichte lassen sich verschiedene Portfolios konstruieren, die in gleicher Weise auf die gemeinsamen Faktoren reagieren. Unterschiede in den Portfoliorenditen resultieren dann nur noch aus unternehmensspezifischen Entwicklungen, die sich in den stochastischen Restgrößen niederschlagen. Diese jedoch werden in breit gestreuten Portfolios vernachlässigbar klein. Folglich verläuft die Renditeentwicklung solcher Portfolios vollkommen parallel. Ihre Marktwerte müssen daher nach dem "Gesetz des Einheitspreises" übereinstimmen. Daraus lassen sich Rückschlüsse über die Struktur der erwarteten Renditen ziehen.

Die Duplizierung von Zahlungsströmen ist auch der Schlüssel zur Bewertung von Optionen. Unter bestimmten Bedingungen ist es möglich, Optionen und Kassageschäfte so zu kombinieren, dass für einen kurzen Zeitraum ein risikoloses Portfolio entsteht. Die Portfolioanteile werden laufend im Rahmen einer dynamischen Strategie ohne zusätzlichen Kapitaleinsatz angepasst, um das Portfoliorisiko über die gesamte Optionslaufzeit auszuschalten. An arbitragefreien Märkten gehorchen alle risikolosen Anlagemöglichkeiten dem "law of one price". Der Wert der Option entspricht somit prinzipiell dem Wert des risikolosen Portfolios abzüglich dem Marktwert des Kassainstruments. Aus dieser abgeleiteten Bewertung erklärt sich die Bezeichnung "Derivate".

Schließlich eignet sich die Arbitragetheorie in besonderer Weise zur Bewertung deterministischer Zahlungsströme, wie sie vor allem für viele Anleihen kennzeichnend sind. Hier entfällt die Notwendigkeit, stochastische Renditebewegungen zu modellieren. Verstöße gegen das Postulat der Arbitragefreiheit lassen sich am Anleihemarkt daher vergleichsweise leicht identifizieren.

In der Bewertungstheorie wird im Allgemeinen vorausgesetzt, dass allen Marktteilnehmern die bewertungsrelevanten Informationen vollzählig und stets aktuell zur Verfügung stehen. Das Problem der Informationsverarbeitung am Kapitalmarkt wird auf diese Weise in den Annahmen "versteckt". Wie, von wem und wie schnell neue Informationen aufgenommen werden und sich am Markt verbreiten, ist für die Funktionsfähigkeit des Kapitalmarkts jedoch ganz entscheidend. Dabei reicht es nicht aus, wenn alle Investoren sich nur solche Informationen beschaffen, mit denen sich Arbitragegelegenheiten aufspüren lassen. Arbitrage kann lediglich eine bestimmte Struktur der Wertpapierpreise herstellen, nicht aber deren Niveau festlegen.

Um die Informationsverarbeitung zu prüfen, wurde das Konzept informationseffizienter Märkte eingeführt. Die Effizienzthese besagt in ihrer allgemeinen Form, dass die Wertpapierpreise zu jeder Zeit alle verfügbaren, relevanten Informationen beinhalten. Eine Investition am Kapitalmarkt entspricht dann einem "Fair Game", d.h. die Erwartungen der Marktteilnehmer über zukünftige Wertpapierkurse sind nicht systematisch verzerrt. Spiegeln sich aber bestimmte Informationen unverzüglich im Marktpreis wider, so sind sie als Grundlage für Anlagestrategien zur Erzielung von Überrenditen ungeeignet. Von dem Grad der Informationseffizienz eines Kapitalmarkts hängt es also ab, wie die Erfolgsaussichten unterschiedlicher Formen der Wertpapieranalyse einzustufen sind. Die vielen empirischen Untersuchungen zur Informationseffizienz ergeben ein nicht immer einheitliches Bild. Sehr stark vereinfacht lässt sich dieses folgendermaßen skizzieren: Einerseits finden sich in der Literatur nur relativ wenige Belege dafür, dass Anlagestrategien existieren, mit denen sich dauerhaft systematische Überrenditen erzielen lassen. Andererseits häufen sich aber die Hinweise, dass Wertpapierpreise nicht ausschließlich auf fundamentalen Informationen beruhen und sich gerade die am Gesamtmarkt beobachteten Renditeverläufe und Volatilitäten zum Teil einer rationalen Begründung entziehen.

Die Funktionsfähigkeit eines Kapitalmarkts hängt neben der Informationseffizienz auch von der Höhe der Transaktionskosten ab. Hohe Transaktionskosten beeinträchtigen Anpassungen der Marktpreise an neue Informationen, weil ein Anleger einen Informationsvorsprung nur dann zu seinen Gunsten ausnutzen kann, wenn eine Preiswirkung in Höhe der entstehenden Kosten zu erwarten ist. Die Minimierung der Transaktionskosten durch die Wahl zweckmäßiger Markt- und Organisationsformen liegt daher gleichermaßen im Interesse der Gesamtwirtschaft wie auch der einzelnen Anleger. Die Auswirkung der Handelsorganisation und der Börsenstruktur auf den Prozess der Preisbildung steht im Mittelpunkt der Mikrostrukturtheorie, die als Zweig der Kapitalmarktforschung wachsende Bedeutung erlangt. Ein Merkmal dieser Forschungsrichtung ist die detaillierte Analyse der Interaktionsbeziehungen von Anlegern und Finanzmittlern. Betont wird der dynamische Aspekt der Preisbildung. Zu den Schwerpunkten der bisher durchgeführten Untersuchungen zählen Vergleiche zwischen Parkett- und Computerhandel sowie zwischen Handelssystemen nach dem Auktionator- und dem Market-Maker-Prinzip.

1.2 Portfoliotheorie

1.2.1 Das Portfolio-Selection-Modell von Markowitz

Zentrale Aussagen des Portfolio-Selection-Modells:

- Maßgeblich für die Portfoliokonstruktion sind die Größen "erwartete Rendite" und "Risiko".
- Aus Gründen der Risikoreduktion ist die Bildung von Wertpapierportfolios sinnvoll.
- Als effizient werden solche Portfolios bezeichnet, zu denen es bei gleicher Rendite kein Portfolio mit einem geringeren Risiko gibt, und zu denen es bei gleichem Risiko kein Portfolio mit einer höheren Rendite gibt.
- Zentrale Bedeutung für das Portfoliorisiko besitzt das Ausmaß des Gleichlaufs (Höhe der Korrelation) der Renditen der einzelnen Wertpapiere im Portfolio.

1.2.1.1 Modelldarstellung

Ausgangspunkt des Portfolio-Selection-Modells von *Markowitz* ist die empirische Beobachtung, dass Anleger ihr Vermögen auf mehrere Anlagetitel aufteilen.[5] Eine solche Aufteilung, die auch als Diversifikation bekannt ist, ist nur sinnvoll, wenn nicht ausschließlich die zu erzielende Rendite eines Portfolios betrachtet wird. Falls nur die Rendite eines Portfolios von Belang ist, müsste der gesamte verfügbare Anlagebetrag in das Wertpapier mit der höchsten erwarteten Rendite investiert werden. Eine Diversifikation ist in diesem Fall nicht sinnvoll. Da *Markowitz* aber beobachten konnte, dass Investoren ihr Kapital i.d.R. auf

5 Vgl. *Markowitz* (1952), S. 77.

mehrere Wertpapiere aufteilen, verwirft er die Annahme einer monovariablen Zielfunktion, die nur die Zielvariable Rendite besitzt.[6]

Stattdessen schlägt *Markowitz* vor, die Zusammenstellung eines Portfolios anhand der Größen Rendite und Risiko zu analysieren. Dabei erweist sich die Berechnung der erwarteten Portfoliorendite (μ_p) als unproblematisch, da sie sich durch die Addition der mit den jeweiligen Portfolioanteilen (x_i) gewichteten Einzelrenditen ergibt, wie folgende Formel zeigt:

$$\mu_p = \sum_{i=1}^{n} x_i \mu_i$$

oder anders geschrieben

$$\mu_p = x_1\mu_1 + x_2\mu_2 + \ldots x_{n-1}\mu_{n-1} + x_n\mu_n$$

mit: μ_p = erwartete Portfoliorendite,
x_i = Anteil des Wertpapiers i am Portfolio,
μ_i = Erwartungswert der Rendite des i-ten Wertpapiers und
n = Anzahl der im Portfolio enthaltenen Wertpapiere.

Das erwartete Portfoliorisiko misst *Markowitz* mit Hilfe der Varianz, die als Streuungsmaß aus der Statistik bekannt ist. Die Berechnung der Varianz erfolgt grundsätzlich auf folgende Weise:

$$\sigma_p^2 = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}(R_{pt} - \mu_p)^2$$

mit: σ_p^2 = Varianz der Rendite des Portfolios p,
T = Anzahl der beobachteten Renditen des Portfolios (Zeitperioden),
R_{pt} = Rendite des Portfolios p in der Periode t,
μ_p = Erwartungswert der Portfoliorendite.

Anstelle der Varianz kann auch die Standardabweichung als äquivalentes Risikomaß Verwendung finden. Die Standardabweichung errechnet sich als Wurzel aus der Varianz:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

Soll die Varianz einer Portfoliorendite aus den Renditen der einzelnen Wertpapiere berechnet werden, so ist das Ausmaß des Renditegleichlaufs dieser Wertpapiere zu berücksichtigen. Aus diesem Grund bedarf es zur Bestimmung der Portfoliovarianz neben den Einzelvarianzen der Wertpapiere der Kovarianzen COV_{ij}, die wie folgt definiert sind:

6 Vgl. *Markowitz* (1991), S. 206.

$$COV_{ij} = \frac{1}{T} \cdot \sum_{t=1}^{T} (R_{it} - \mu_i)(R_{jt} - \mu_j)$$

mit: COV_{ij} = Kovarianz der Renditen der Wertpapiere i und j,
R_{it} = Rendite des Wertpapiers i in der Periode t,
$\mu_{i,j}$ = Erwartungswert der Rendite des Wertpapiers i,j,
T = Anzahl der Perioden.

Um entscheiden zu können, welche Aufteilung des verfügbaren Kapitals optimal ist, benötigt das Portfolio-Selection-Modell eine Entscheidungsregel bezüglich des Verhaltens der Investoren. *Markowitz* unterstellt, dass sich Anleger gemäß der aus der Entscheidungstheorie bekannten μ-σ-Regel verhalten.[7] Diese besagt, dass Anleger ihre Anlageentscheidung auf der Basis des Erwartungswertes der Renditen (μ) und ihrer Streuung (σ) treffen. Ferner wird die realitätsnahe Prämisse eines risikoscheuen Verhaltens seitens der Anleger gewählt. Demzufolge akzeptieren Anleger nur dann ein höheres Risiko, falls ihre Renditeerwartung überproportional zunimmt.

Es ergeben sich drei Fälle, in denen effiziente Kombinationen von μ und σ in einem Portfolio vorliegen:[8]

Es gibt kein anderes Portfolio, das
1) bei gleichem Renditeerwartungswert ein geringeres Risiko,
2) bei gleichem Risiko einen höheren Renditeerwartungswert,
3) sowohl einen höheren Renditeerwartungswert als auch gleichzeitig ein geringeres Risiko besitzt.

Die Menge aller zulässigen Portfolios wird, wie aus Abb. 1.1 ersichtlich ist, durch eine dick ausgezogene Effizienzkurve begrenzt, für die die Effizienzkriterien gelten. Zu allen Portfolios, die durch ein x markiert sind und unterhalb dieser Effizienzkurve liegen, lassen sich Portfolios finden, die hinsichtlich ihrer Kombination aus Rendite und Risiko dominant sind. Relevant für einen Investor sind deshalb nur jene Portfolios, die auf der Effizienzkurve liegen.

Um ein Modell für die optimale Budgetaufteilung zu entwickeln, setzt *Markowitz* zusätzlich die Prämissen, dass
- Transaktionskosten und Steuern nicht existieren,
- alle Wertpapiere beliebig teilbar sind, und
- der Betrachtungszeitraum eine Periode beträgt (Zweizeitpunktmodell).

7 Die μ-σ-Regel setzt eine Normalverteilung der Renditen, oder – bei beliebiger Renditeverteilung – eine quadratische Nutzenfunktion voraus. Vgl. *Sharpe* (2000), S. 187 ff.
8 Risikoscheues Verhalten drückt sich bei normalverteilten Renditen durch eine konkave Nutzenfunktion aus.

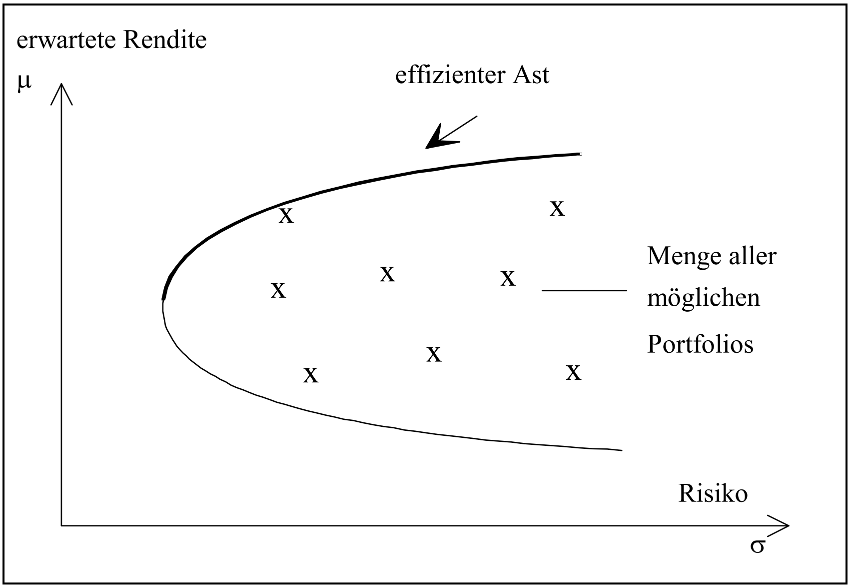

Abb. 1.1: Effizienzkurve

Unter diesen Modellbedingungen leitet *Markowitz* die Gleichungen zur Bestimmung der dargestellten Effizienzkurve ab. Dabei ermittelt er zunächst separat die Portfoliorendite und das -risiko. Die Formel für die erwartete Portfoliorendite ergibt sich – wie oben beschrieben – zu

$$\mu_p = \sum_{i=1}^{n} x_i \mu_i \,.$$

Demgegenüber lautet die allgemeine Formel zur Ermittlung der Portfoliovarianz (σ_p^2)

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} x_i \, x_j \, COV_{ij} \,.$$

Am Zwei-Anlagen-Fall wird die Varianzermittlung anschaulich. Dabei muss berücksichtigt werden, dass die Kovarianz eines Wertpapiers mit sich selbst immer die eigene Varianz ergibt. Folgende Kovarianz-Matrix, bei der die Gewichtungen mit den Portfolioanteilen bereits enthalten sind, stellt im Zwei-Anlagen-Fall alle Elemente der Portfoliorisikoformel dar:

	Wertpapier 1	**Wertpapier 2**
Wertpapier 1	$x_1^2\sigma_1^2$	$x_1x_2COV_{12}$
Wertpapier 2	$x_1x_2COV_{12}$	$x_2^2\sigma_2^2$

Tab. 1.1: Kovarianz-Matrix im Zwei-Anlagen-Fall

Für den Zwei-Anlagen-Fall ergibt sich das Portfoliorisiko als Summe der in der obigen Matrix dargestellten Kovarianzen zu

$$\sigma_p^2 = x_1^2 \sigma_1^2 + x_2^2 \sigma_2^2 + 2x_1x_2COV_{12}.$$

Da es sich bei der Kovarianz um eine absolute Kennzahl handelt, sind Vergleiche verschiedener Kovarianzen wenig aussagefähig. Um dem Manko der geringen Anschaulichkeit zu begegnen, wählt man zur Beschreibung des Gleichlaufs zweier Wertpapiere häufig die Korrelation, gemessen durch den Korrelationskoeffizienten (k_{ij}). Die Korrelation stellt aufgrund ihrer Eigenschaft als relatives Gleichlaufmaß eine Verbesserung zur Kovarianz dar, denn sie ist auf den Wertebereich zwischen 1 bis -1 standardisiert. Somit ist der Korrelationskoeffizient leicht interpretierbar. Die Berechnung des Korrelationskoeffizienten geschieht im 2-Anlagen-Fall durch den Ausdruck

$$k_{12} = \frac{COV_{12}}{\sigma_1 \cdot \sigma_2} \text{ (Allgemein: } k_{ij} = \frac{COV_{ij}}{\sigma_i \cdot \sigma_j}\text{).}$$

Unter Verwendung des Korrelationskoeffizienten ergibt sich das Portfoliorisiko im Zwei-Anlagen-Fall dann zu

$$\sigma_p^2 = x_1^2 \sigma_1^2 + x_2^2 \sigma_2^2 + 2x_1x_2\sigma_1\sigma_2k_{12}.$$

Neben der Portfoliorendite- und der Portfoliovarianzgleichung lässt sich noch eine weitere Gleichung zur Beschreibung des Portfolios aufstellen. Die Summe der einzelnen Portfolioanteile muss eins betragen, was mathematisch

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1 \qquad \text{bedeutet.}$$

Da die Portfolioanteile (x_i) in der Summe eins betragen, kann x_2 im Zwei-Anlagen-Fall durch ($1-x_1$) ausgedrückt und somit eliminiert werden. Aus der Portfoliorendite im Zwei-Anlagen-Fall in Höhe von

$$\mu_p = x_1\mu_1 + x_2\mu_2$$

wird dann

$$\mu_p = x_1\mu_1 + (1-x_1)\mu_2.$$

Wird x_2 auch in der Varianzformel durch ($1-x_1$) substituiert, so verbleiben zwei Gleichungen, die sämtliche Mischungen aus Wertpapier 1 und Wertpapier 2 beschreiben:

$$\mu_p = x_1\mu_1 + (1-x_1)\mu_2 \quad \text{und}$$

$$\sigma_p^2 = x_1^2 \sigma_1^2 + (1-x_1)^2 \sigma_2^2 + 2k_{12}x_1(1-x_1)\sigma_1\sigma_2.$$

Falls die Erwartungswerte der Renditen (μ_i) und deren Varianzen (σ_i^2) bekannt sind, besitzt das Gleichungssystem bei zwei Gleichungen nur zwei Unbekannte, nämlich den Portfolioanteil von Wertpapier 1 (x_1) und den Korrelationskoeffizienten zwischen Wertpapier 1 und 2 (k_{12}). Durch Auflösung der Renditegleichung nach x_1 und anschließendem Einsetzen in die Varianzgleichung findet man schließlich die Gleichung für die Portfoliolinie. Damit kann zu jedem Renditeerwartungswert das varianzminimale Portfolio gefunden werden.

Abb. 1.2 stellt den Verlauf der Effizienzkurve für drei verschiedene Fälle von Korrelationskoeffizienten im Zwei-Anlagen-Fall dar.

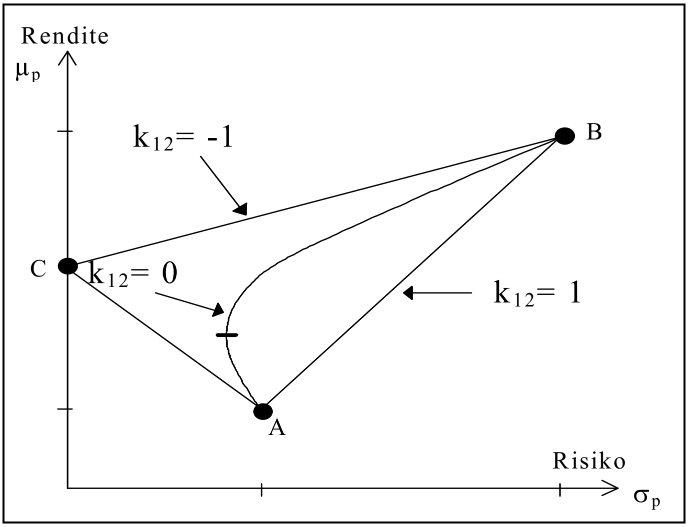

Abb. 1.2: Effizienzkurven bei alternativen Korrelationskoeffizienten

Im Folgenden werden die drei markanten Fälle unterschiedlicher Korrelationskoeffizienten in ihrer Wirkung auf die Portfoliorendite und das -risiko erläutert.

a) $k_{12} = 1$ (vollständig positive Korrelation der Renditen)

Im Fall vollständig positiver Korrelation ergibt sich das Portfoliorisiko im Zwei-Anlagen-Fall zu:

$$\sigma_p = x_1\sigma_1 + x_2\sigma_2$$

Man erkennt, dass die Aufteilung des Investitionsbudgets nicht zu einer Verringerung des Portfoliorisikos führt, da es sich additiv aus den gewichteten Einzelstandardabweichungen errechnet. Eine Risikoreduktion kann durch Diversifikation in diesem Fall nicht bewirkt werden. Infolgedessen ergibt sich die Effizienzkurve aus den zwei Anlagen 1 und 2 durch die Gerade, die die beiden Punkte verbindet.

b) $k_{12} = 0$ (unkorrelierte Renditen)

Bei unkorrelierten Wertpapieren ergibt sich das Portfoliorisiko im Zwei-Anlagen-Fall zu:

$$\sigma_p = \sqrt{x_1^2 \sigma_1^2 + x_2^2 \sigma_2^2}$$

Der graphische Verlauf der Effizienzkurve entspricht der Verbindungslinie zwischen den Punkten A und B in Abb. 1.2, wobei zu beachten ist, dass das erste, bei Punkt A beginnende Kurvenstück nicht effizient ist, da die Effizienzkriterien nicht erfüllt sind.

c) $k_{12} = -1$ (vollständig negativ korrelierte Renditen)

Im Fall vollständig negativer Korrelation ergibt sich das Portfoliorisiko im Zwei-Anlagen-Fall zu:

$$\sigma_p = | x_1\sigma_1 - x_2\sigma_2 |$$

Bei Vorliegen einer vollständig negativen Korrelation lassen sich maximale Diversifikationseffekte erzielen. Durch die Kombination von Anlagewerten mit einer Korrelation von -1 und geeigneter Wahl der Portfolioanteile gelingt sogar die vollständige Elimination des Portfoliorisikos. Das optimale Verhältnis der Portfolioanteile im Sinne einer vollständigen Risikovermeidung ist dort erreicht, wo sich bei Anwendung der oben dargestellten Formel die Portfoliostandardabweichung zu null ergibt. Ein solcher Fall ist im Punkt C in Abb. 1.2 gegeben. Die Effizienzkurve für ein Portfolio, bestehend aus den Aktien 1 und 2, verläuft hier von Punkt C nach Punkt B.

Damit ein Anleger entscheiden kann, welches auf der Effizienzkurve liegende Portfolio er auswählen soll, muss seine individuelle Risikoneigung bekannt sein. Die Risikoneigung von Anlegern wird mit Hilfe von Nutzenkurven ermittelt, die sowohl den Rendite- als auch den Risikoaspekt zu einem einzigen Präferenzwert aggregieren. Üblicherweise werden Nutzenfunktionen durch Isonutzenkurven dargestellt. Alle Punkte, die auf einer Isonutzenkurve liegen, weisen die gleiche Wertigkeit auf.

Dagegen besitzen die verschiedenen Isonutzenkurven unterschiedliche Wertigkeiten.

Abb. 1.3 zeigt, dass die Lage des optimalen Portfolios (P) genau im Tangentialpunkt zwischen der Effizienzkurve und der Isonutzenkurve 3 liegt. Das Nutzenniveau ist umso größer, je weiter der Tangentialpunkt oben links liegt. Je weiter oben links die Isonutzenkurve liegt, desto höher ist die Rendite bei gleichem Risiko.[9]

Verbal lässt sich folglich sagen, dass die optimale Aufteilung des Budgets auf einzelne Wertpapiere dort erreicht ist, wo das Portfolio risikoeffizient ist und zugleich der individuellen Risikoneigung des einzelnen Anlegers entspricht.

9 Die dargestellten Isonutzenlinien gelten nur bei risikoscheuem Verhalten. Vgl. dazu *Markowitz* (2003), S. 133 ff.

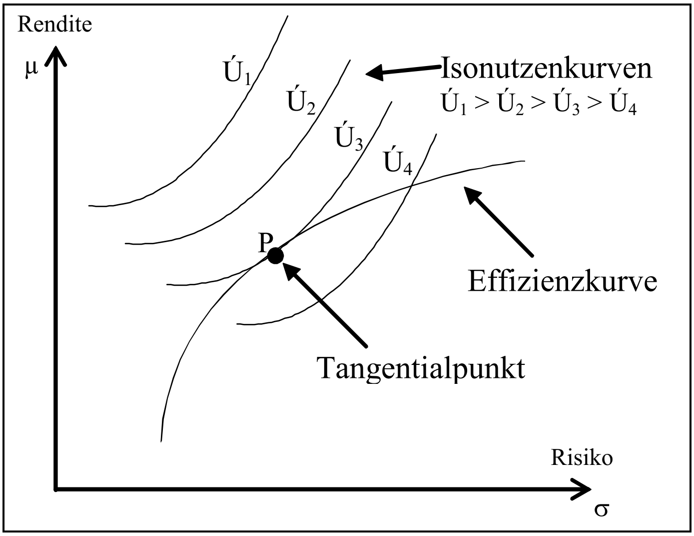

Abb. 1.3: Graphische Bestimmung des optimalen Portfolios

Wird die Analyse auf den Mehr-Anlagen-Fall ausgedehnt, so bedarf es zur Ermittlung der Effizienzkurve der Lösung des folgenden quadratischen Programms:

Zu minimierende Zielfunktion:

$$\sigma_p^{\,2} = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} x_i \, x_j \, COV_{ij}$$

Nebenbedingungen:

$$\mu_p = \sum_{i=1}^{n} x_i \mu_i \; ; \qquad \sum_{i=1}^{n} x_i = 1 \qquad \text{und} \quad x_i \geq 0$$

Dabei stellt μ_p den Erwartungswert der Portfoliorendite dar.

Als Ergebnis bleibt festzuhalten, dass jeder Anleger gemäß seiner individuellen Risikoneigung ein Portfolio zusammenstellt, das auf der effizienten Portfoliokurve liegt.

1.2.1.2 Modellkritik

Die von *Markowitz* gefundenen Ergebnisse lassen das Portfolio-Selection-Modell als Erklärungsmodell für das tatsächlich zu beobachtende Anlegerverhalten geeignet erscheinen. Die Streuung von Anlagekapital auf mehrere Werte bzw. die Bildung von Portfolios erfolgt demgemäß aus Gründen der Risikoreduktion und wird durch empirische Beobachtungen gestützt.[10]

Darüber hinaus kommt das Portfolio-Selection-Modell zu dem Ergebnis, dass es nicht so sehr auf die Menge der ins Portfolio aufgenommenen Werte, sondern viel mehr auf die Korrelation zwischen den in ihm befindlichen Werten ankommt.[11]

Zudem gelingt es dem Markowitz-Modell, das Risiko von Wertpapieranlagen explizit zu berücksichtigen. Ferner wird die eindimensionale Betrachtungsweise, die bis dahin vorherrschte, durch die bis heute aktuelle zweidimensionale Betrachtung ersetzt. Ebenfalls positiv zu beurteilen ist der Übergang von der Einzelwertbeurteilung hin zur Beurteilung ganzer Portfolios.

Gleichwohl ist das Portfolio-Selection-Modell nicht frei von Problemen.[12] Die Umsetzung der gewonnenen Erkenntnisse in die Anlagepraxis gelingt nicht ohne weiteres. Nur unter Datensicherheit bzw. unter Verwendung historischer Daten lassen sich effiziente Portfolios gemäß dem Markowitz-Modell generieren. Für Anleger ist aber die Kenntnis zukünftig effizienter Portfolios wichtig. In der Realität besteht oft erhebliche Unsicherheit bezüglich der Werte der Modellvariablen. Insofern darf die Chance für den Anleger, ex ante ein seiner Risikoneigung entsprechendes effizientes Portfolio zu finden, nicht überschätzt werden.

Ferner vernachlässigt Markowitz den Timing-Gedanken. Selbst wenn klar wäre, aus welchen Wertpapieren sich ein Anlegerportfolio optimalerweise zusammensetzen müsste, bestünde immer noch die Notwendigkeit der Suche nach den optimalen Ein- und Ausstiegszeitpunkten. Insoweit vernachlässigt das Portfolio-Selection-Modell die Erkenntnisse der fundamentalen und technischen Analyse.

Zudem bedarf es für die Portfoliozusammenstellung leistungsfähiger Computer und eines umfangreichen Wertpapierresearchs, um die Berechnung effizienter Portfolios zu gewährleisten. Dies liegt an der großen Menge zu schätzender Daten, die für die Berechnung der Portfoliolinie notwendig ist.[13] Wie aus Tab. 1.2 zu ersehen ist, benötigt man für die Ermittlung der Effizienzlinie bei nur zwei Anlagetiteln (a und b) bereits folgende Daten:

	Variablen:				**Allgemein:**
Varianzen	σ_a^2		σ_b^2	2	n
Kovarianzen		COV_{ab}		1	n(n-1)/2
Renditen	μ_a		μ_b	2	n
Summe				**5**	**n(n+3)/2**

Tab. 1.2: Inputdatenmatrix im Markowitz-Modell

10 Vgl. *Hielscher* (1999), S. 53 ff.
11 Vgl. *Markowitz* (1952), S. 89.
12 Zur Kritik an der Portfoliotheorie vgl. auch *Perridon/Steiner/Rathgeber* (2009), S. 256 ff.
13 Schierenbeck bezeichnet die Informationsanforderungen als "fast unerfüllbar". Vgl. *Schierenbeck* (2008), S. 461.